

PRÁCTICAS DE REGULACIÓN AUTOMÁTICA (IEEF ETSIDI-UPM)

Carlos Platero

Práctica 3: Análisis en el dominio temporal

El análisis en el dominio del tiempo permite la caracterización de los sistemas físicos mediante la aplicación de señales de test. Los valores de tiempo de establecimiento, tiempo de pico, tiempo de subida y valor de pico son medidas realizadas cuando los sistemas son excitados ante entradas en escalón. Aunque estos parámetros identifican a los sistemas de primer y segundo orden, éstos suelen emplearse con sistemas físicos más complejos cuyos equivalentes reducidos se aproximan a sistemas de primer o segundo orden.

El objetivo de la practica consiste en analizar los parámetros característicos de los sistemas de primer orden (ganancia estática y constante de tiempo) y de segundo orden sub-amortiguados (ganancia estática, tiempo de subida, sobreoscilación, tiempo de pico y tiempo de establecimiento).

Sistemas de primer orden

El comportamiento de los sistemas físicos de primer orden está modelado por una ecuación diferencial de primer grado. Estas ecuaciones responden a procesos en los que sólo existe un elemento capaz de almacenar energía (p.ej. un circuito RC o RL). En la figura 1 se muestra un sistema de primer orden correspondiente a un cuadripolo RC. La respuesta a un escalón de un sistema de primer orden queda determinada por la constante de tiempo y por la ganancia estática.

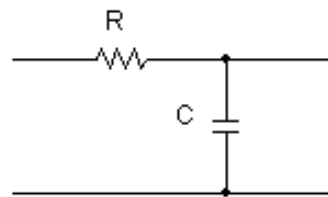


Figura 1. Circuito RC

Respuesta al escalón de un sistema de segundo orden

Un sistema físico de segundo orden se modela por una ecuación diferencial de segundo grado. En este caso el sistema consta de 2 elementos que pueden almacenar energía. La expresión más general empleada para modelar un sistema de segundo orden tiene la siguiente forma:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Donde ω_n es la frecuencia natural no amortiguada y ξ es el coeficiente de amortiguamiento. Los polos de $G(s)$ se pueden estudiar en función de ξ teniendo las siguientes posibilidades:

- $\xi > 1$. El polinomio tiene dos raíces reales simples (sistema sobre-amortiguado).
- $\xi = 1$. Una raíz real doble (sistema críticamente amortiguado).

- $0 < \xi < 1$. Dos raíces complejas conjugadas (sistema sub-amortiguado)
- $\xi = 0$. Dos raíces imaginarias puras. (sistema críticamente estable).

La respuesta al escalón de un sistema de 2º orden sub-amortiguado está caracterizada por los siguientes parámetros:

- Tiempo de subida (t_r): Es el tiempo que tarda la salida de un sistema al pasar del 10% de valor final al 90% de éste o bien entre el 0% al 100%.
- Tiempo de establecimiento (t_s): Es el tiempo que tarda la salida de un sistema en quedar dentro de una franja del $\pm 5\%$ del valor final o del $\pm 2\%$.
- Tiempo de pico (t_p): Es el tiempo en el que la salida alcanza el valor máximo.
- Sobreoscilación (M_p): Es el porcentaje en que el valor de pico sobrepasa el valor final de la salida.

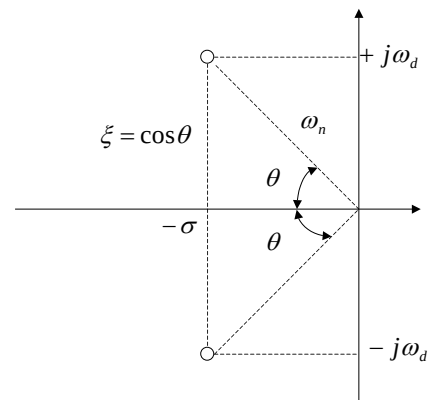
Los anteriores valores pueden ser calculados para un sistema de 2º orden sub-amortiguado mediante las siguientes expresiones:

$$t_r = \frac{\pi - \vartheta}{\omega_d}$$

$$t_s = \frac{\pi}{\sigma}, \sigma = \xi \omega_n$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}}$$

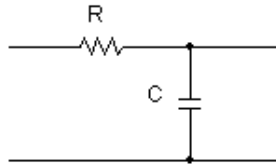
$$M_p = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \cdot 100\%$$



Cuestiones teóricas

Cuadripolo de primer orden:

1. Obtener las ecuaciones diferenciales que modelen el comportamiento de la red RC de la figura 1



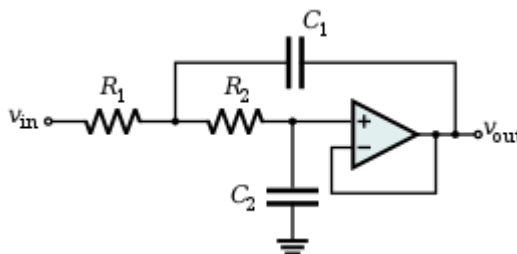
2. Demostrar que la función de transferencia del cuadripolo es:

$$\frac{u_s(s)}{u_e(s)} = \frac{1}{1 + sCR} \quad (\text{Laplace})$$

3. Demostrar que ante una excitación con entrada escalón de amplitud $U_{\max}$, la salida es $u_s(t) = U_{\max} (1 - e^{-t/RC})$.
4. Representar y caracterizar la respuesta temporal del cuadripolo RC ante una entrada en escalón unitario, si $C=1\mu\text{F}$ y $R=1\text{ M}\Omega$

Cuadripolo de segundo orden:

1. Obtener las ecuaciones diferenciales que modelen el comportamiento del filtro paso bajo de Sallen-Key:



2. Considerando que R_1 y R_2 sean iguales a R , demostrar que:

$$\omega_n = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

3. Conseguir la expresión de respuesta ante un escalón unitario para un sistema de segundo orden sub-amortiguado.
4. Determinar la validez de las siguientes aproximaciones para sistemas de segundo orden sub-amortiguados:

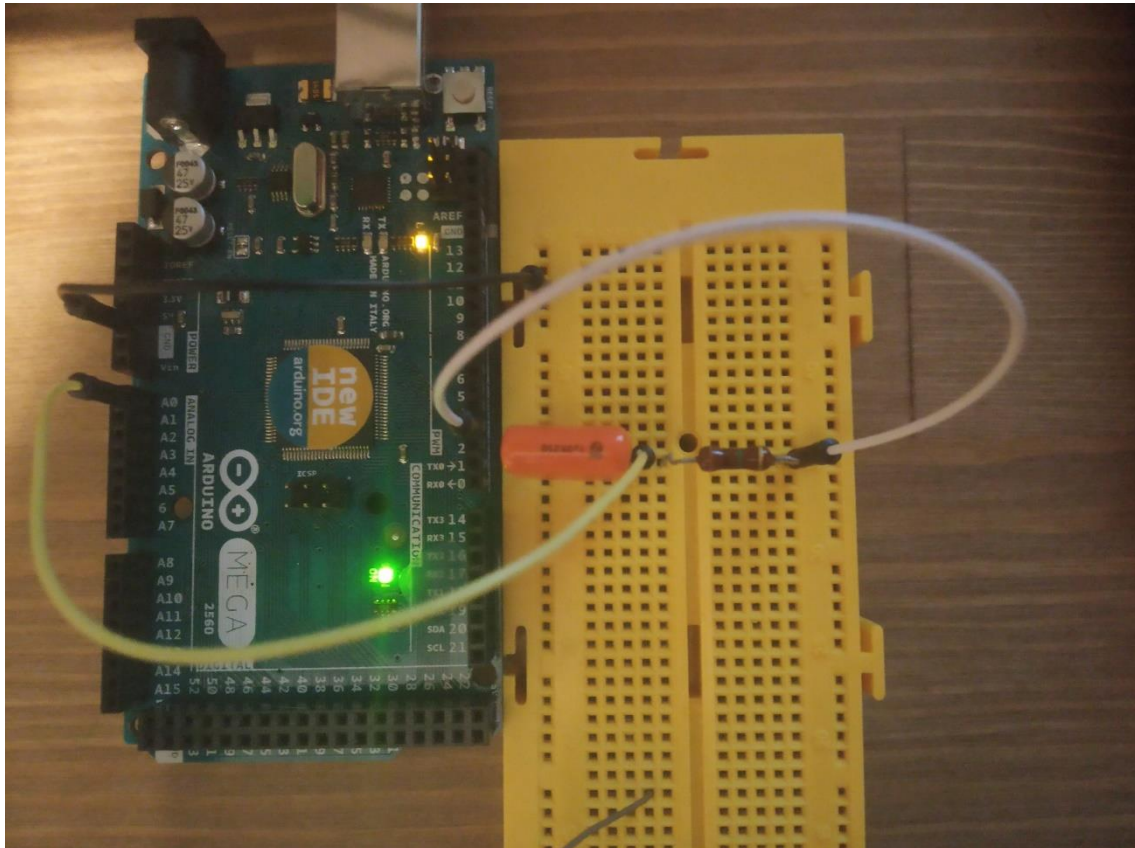
$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{\pi}{\omega_d} \quad M_p = e^{-\zeta \pi / \sqrt{1 - \zeta^2}} = e^{-\pi / \tan \theta} \quad t_s = \frac{\pi}{\zeta \omega_n} = \frac{\pi}{\sigma}$$

- Representar y caracterizar la respuesta temporal del filtro de segundo orden ante una entrada en escalón unitario, si $C_1 = 2.2 \mu\text{F}$, $C_2 = 180 \text{ nF}$ y $R = 150 \text{ k}\Omega$

Cuestiones prácticas

Cuadripolo de primer orden:

Considerando los valores de $C = 1 \mu\text{F}$ y $R = 1 \text{ M}\Omega$ y excitando a la red con una señal cuadrada de amplitud 1V, se pide:



- Simular el comportamiento del circuito y dibujar la respuesta, indicando los valores más significativos de tensión y tiempo.

```
%% Net
R = 1e6;
C = 1e-6;
%% FDT
Av= tf(1, [R*C,1]);
%% step
figure(1);
step(Av)
```

- Obtener experimentalmente el valor de τ (utilícese el tiempo en alcanzar $0.632U_{\text{max}}$). Utilizar Matlab+Arduino:

```

ard=arduino();

%% Analog PWD
high_level_volts= 1;
low_level_volts= 0;
voltage_out=zeros(201,1);
voltage_in=zeros(201,1);

t_sample=0.05;
t_exp=(0:t_sample:10)';
port_PWM='D3';
port_Analog = 'A0';

voltage_in(1:100)=high_level_volts;
writePWMVoltage(ard, port_PWM, high_level_volts);
for j =1:100
    voltage_out(j) = readVoltage(ard, port_Analog);
    pause(t_sample);
end

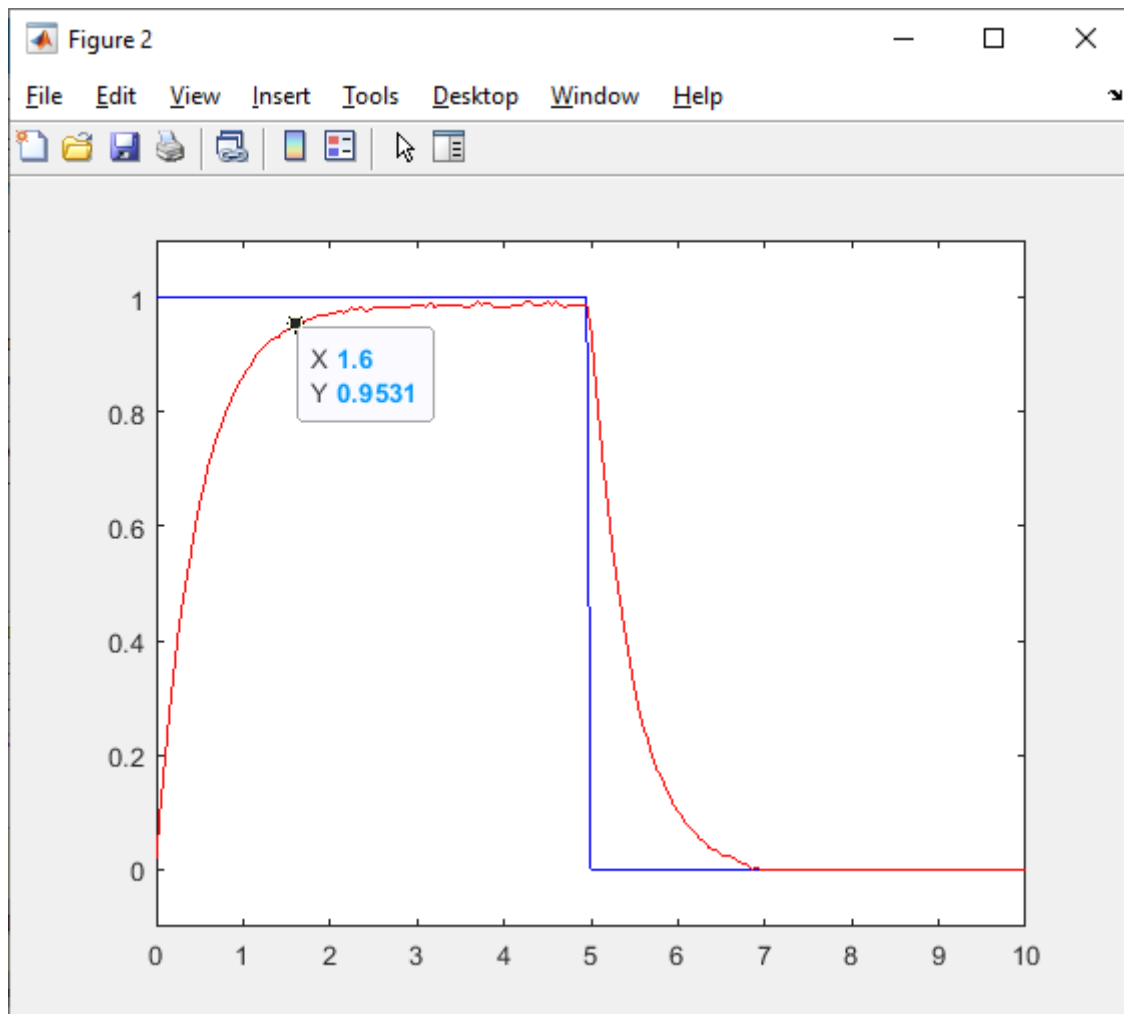
voltage_in(101:201)=low_level_volts;
writePWMVoltage(ard, port_PWM, low_level_volts);
for j =101:201
    voltage_out(j) = readVoltage(ard, port_Analog);
    pause(t_sample);
end

%% settling time
index_ts=find(voltage_out>high_level_volts*0.95,1,'first');
ts=t_exp(index_ts);
fprintf('Settling time: %.2f s, time constant: %.2f s',ts,ts/3);

%% Show
figure(2)
plot(t_exp,voltage_in,'b',t_exp,voltage_out,'r');
hold on;
plot(ts,voltage_out(index_ts),'k*');
hold off;

%% close
clear ard

```



3. Representar la respuesta teórica y práctica del circuito. Comentar las discrepancias.
4. Experimentar la respuesta del cuadripolo RC utilizando Simulink+Arduino. Realizar un experimento con dos ciclos de proceso de carga y descarga. Emplear el bloque "To workspace", con los siguientes parámetros:

Block Parameters: To Workspace

To Workspace

Write input to specified timeseries, array, or structure in a workspace. For menu-based simulation, data is written in the MATLAB base workspace. Data is not available until the simulation is stopped or paused.

To log a bus signal, use "Timeseries" save format.

Parameters

Variable name:

Limit data points to last:

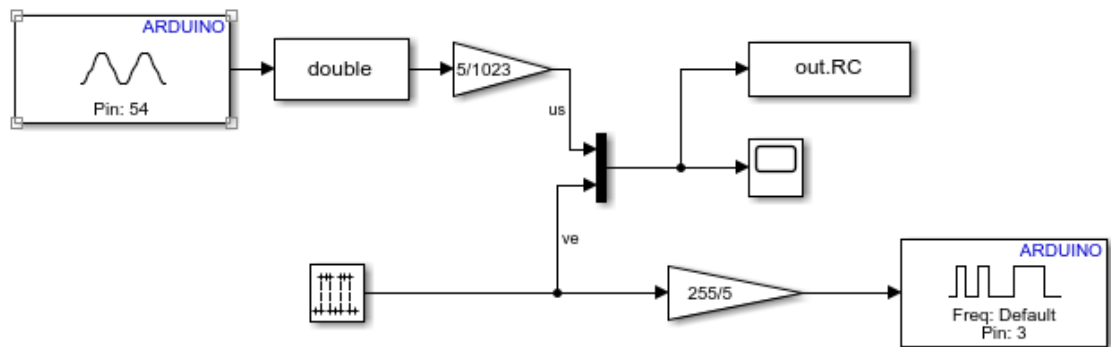
Decimation:

Save format:

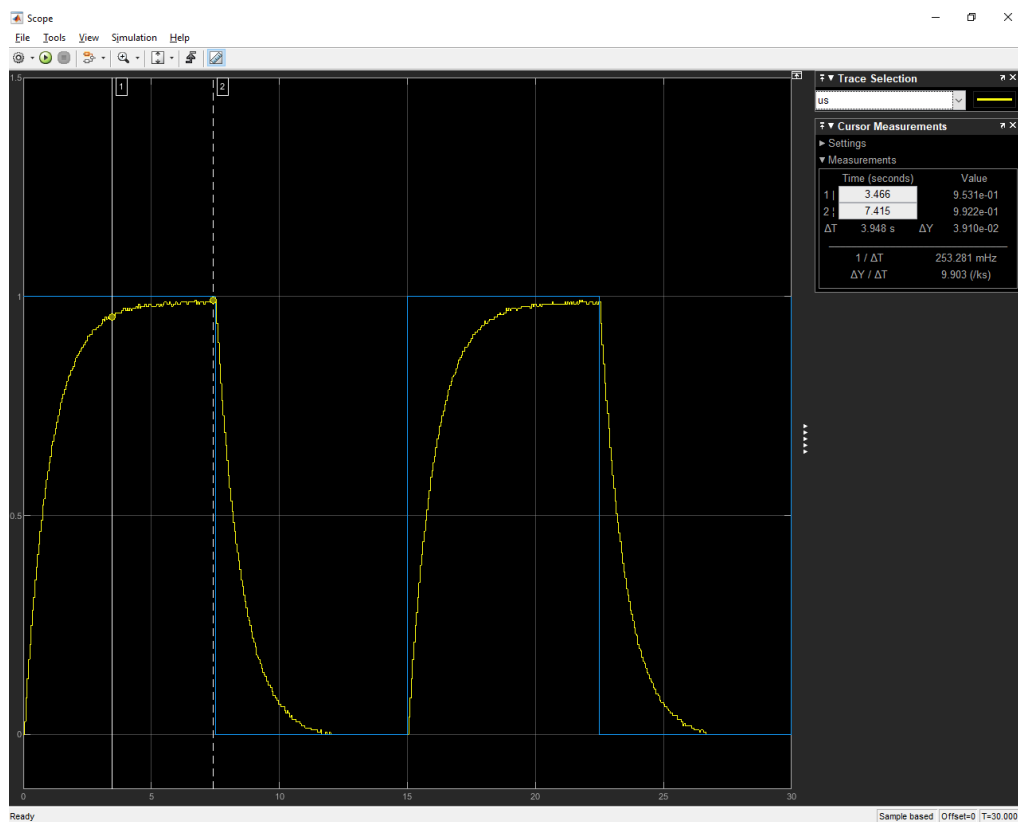
☒ Log fixed-point data as a fi object

Sample time (-1 for inherited):

OK Cancel Help Apply



Utilizar la herramienta de medidas de Scope para calcular el tiempo de establecimiento.



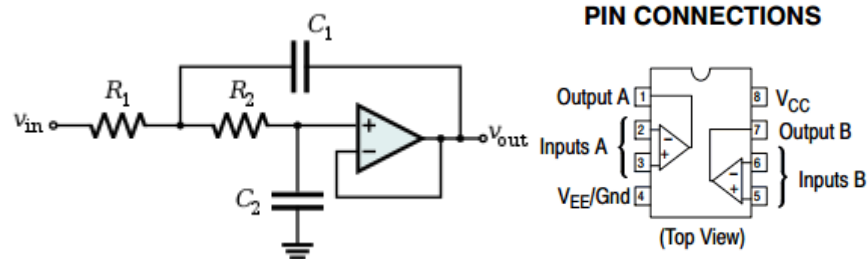
Al emplear el bloque “To workspace” permite guardar la información en Matlab. Este bloque ha creado una estructura, aquí se ha llamado RC. Mediante la siguiente instrucción de Matlab:

```
exp=[RC.time,RC.signals.values];
```

La variable de Matlab exp aparecerá una matriz con el tiempo y los valores de la tensión de entrada, ve, y de salida, vs. Estimar el tiempo de establecimiento.

Cuadripolo de segundo orden:

Considerando los valores de $C_1 = 2.2 \mu\text{F}$, $C_2 = 180 \text{ nF}$ y $R = 150 \text{ k}\Omega$ para el filtro de Sallen-Key y excitando a la red con una señal cuadrada con amplitud 1V, se pide:

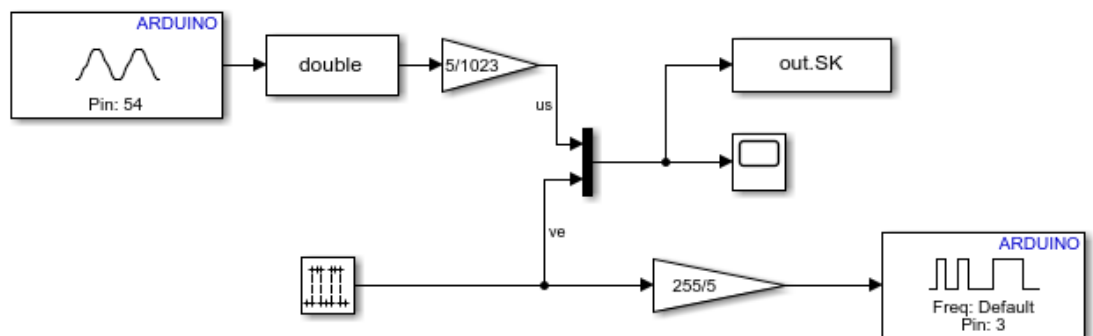


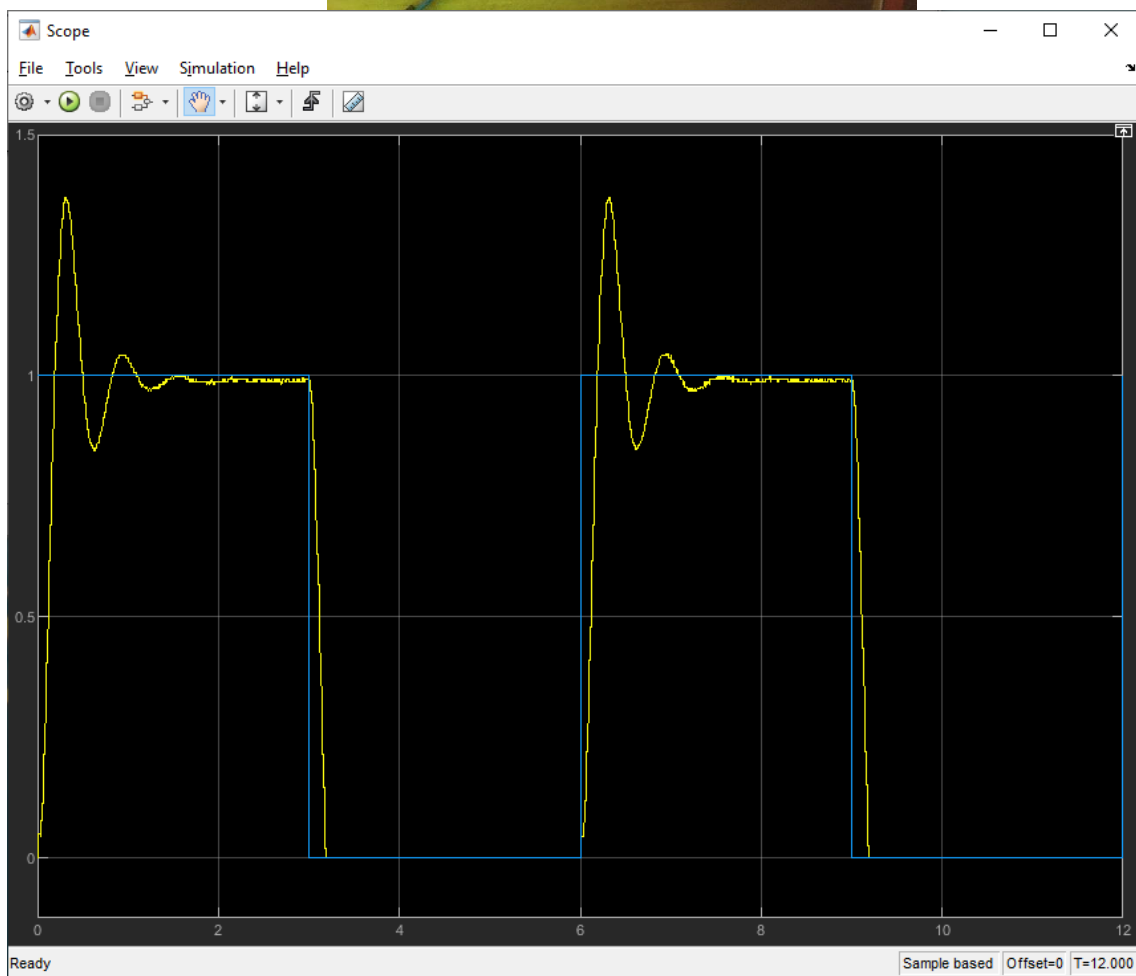
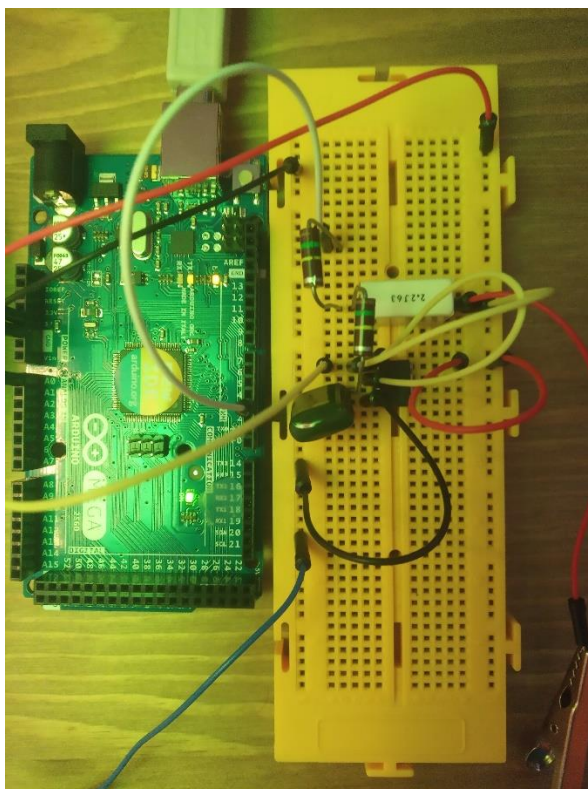
1. Simular el comportamiento del circuito y dibujar la respuesta, indicando los valores más significativos de tensión y tiempo (t_r , t_p , M_p y t_s).

```
%% Parameters
R=150e3;
C1=2.2e-6;
C2=180e-9;

%% FDT
Av=tf(1, [R*R*C1*C2, 2*C2*R, 1]);
figure(1);
step(Av)
```

2. Representar la respuesta teórica y práctica del circuito. Comentar las discrepancias. Utilizar Simulink+Arduino. Emplear un modelo de Simulink similar al usado con la dinámica del circuito RC. Emplear un periodo de muestreo de 10 ms.





The screenshot displays a digital oscilloscope window titled "Scope". The main display area shows a yellow signal trace on a black grid. The horizontal axis represents time in seconds, ranging from 0 to 3. The vertical axis represents voltage, ranging from 0 to 1.4. Two vertical dashed white cursors are positioned at 0.015 seconds (labeled "1") and 0.319 seconds (labeled "2"). A horizontal blue line is drawn across the trace at a voltage level of approximately 1.0. The right-hand panel contains two sections: "Trace Selection" and "Cursor Measurements". The "Trace Selection" section shows a dropdown menu set to "us" and a yellow trace icon. The "Cursor Measurements" section includes a "Settings" button and a "Measurements" table. The table lists the time values for the two cursors, the time difference (ΔT), and the voltage difference (ΔY). Below the table, the calculated frequency ($1 / \Delta T$) and voltage rate of change ($\Delta Y / \Delta T$) are displayed.

	Time (seconds)	Value
1	0.015	0.000e+00
2	0.319	1.369e+00
ΔT	304.143 ms	ΔY 1.369e+00
	$1 / \Delta T$	3.288 Hz
	$\Delta Y / \Delta T$	4.500 (/s)

Ready

Sample based Offset=0 T=20.000

Tabla *exp* = medidas con arduino, *Mat* =valores con Matlab, *teor* =valores con las expresiones teóricas

[illegible]

3. Modifique el modelo de Simulink para experimentar un comportamiento sin saturaciones en la red tanto en el proceso de carga como de descarga

